

Substituindo (24) em (23), tem-se

$$W_A = V_{AB} I_A \cos(30^\circ + \theta) \quad \text{e} \quad W_C = V_{CB} I_C \cos(30^\circ - \theta) \quad (25)$$

Quando o método dos dois wattímetros é usado numa carga equilibrada, as leituras dos wattímetros são $V_L I_L \cos(30^\circ + \phi)$ e $V_L I_L \cos(30^\circ - \phi)$ onde ϕ é o ângulo da impedância. As duas leituras podem ser empregadas para a determinação do ângulo ϕ .

Escrevendo a expressão de W_1 e usando o co-seno da soma de dois ângulos, tem-se

$$W_1 = V_L I_L (\cos 30^\circ \cos \phi - \sin 30^\circ \sin \phi) \quad (26)$$

Da mesma maneira,

$$W_2 = V_L I_L (\cos 30^\circ \cos \phi + \sin 30^\circ \sin \phi) \quad (27)$$

Assim, a soma $W_1 + W_2 = \sqrt{3} V_L I_L \cos \phi$ e a diferença $W_2 - W_1 = V_L I_L \sin \phi$, donde

$$\tan \theta = \sqrt{3} \left(\frac{W_2 - W_1}{W_1 + W_2} \right) \quad (28)$$

Portanto, a tangente do ângulo da impedância Z é $\sqrt{3}$ vezes a relação entre a diferença e a soma das leituras dos dois wattímetros. Sem conhecer as linhas em que os medidores estão localizados, nem a sequência do sistema, é impossível definir-se o sinal de ϕ . Entretanto, quando se conhecem a sequência e a localização dos medidores, o sinal pode ser determinado pelas seguintes expressões

Sequência ABC:

$$\tan \theta = \sqrt{3} \frac{W_A - W_B}{W_A + W_B} = \sqrt{3} \frac{W_B - W_C}{W_B + W_C} = \sqrt{3} \frac{W_C - W_A}{W_C + W_A} \quad (29)$$

Sequência CBA:

$$\tan \theta = \sqrt{3} \frac{W_B - W_A}{W_B + W_A} = \sqrt{3} \frac{W_C - W_B}{W_C + W_B} = \sqrt{3} \frac{W_A - W_C}{W_A + W_C} \quad (30)$$

Problemas Resolvidos

14.1 — Mostrar que, no sistema trifásico, a tensão de linha V_L é $\sqrt{3}$ vezes a tensão entre linha e neutro, V_F .

A fig. 14-26 mostra as tensões de um sistema trifásico constituindo um triângulo equilátero, cujos lados são proporcionais às tensões de linha V_L e cujo centro representa o ponto neutro, N .

A tensão entre linha e neutro (tensão de fase N. T.) tem para projeção horizontal $V_F \cos 30^\circ$ ou $V_F \sqrt{3}/2$. Como a base é a soma de duas dessas projeções, segue-se que

$$V_L = 2(V_F \sqrt{3}/2) = \sqrt{3} V_F$$

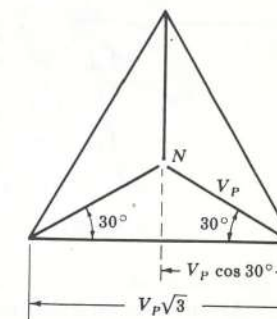


Fig. 14-26

14.2 — Calcular as correntes a plena carga nos enrolamentos de alternadores, ligados em triângulo e em estrela em regime de 25kVA a 480 volts.

Na ligação em estrela, a corrente é a mesma, na linha e no enrolamento. Num sistema trifásico equilibrado,

$$N = \sqrt{3} V_L I_L \quad \text{e} \quad I_L = \frac{N}{\sqrt{3} V_L} = \frac{25 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 480} = 30,1 \text{ A}$$

Estando o alternador ligado em triângulo, com a mesma potência aparente, as correntes de linha permanecem em 30,1 A. As correntes nos enrolamentos são $I_L/\sqrt{3}$, ou seja, $I_F = 30,1/\sqrt{3} = 17,35 \text{ A}$.

14.3 — Um sistema bifásico com tensão de 150 volts entre linha e neutro alimenta uma carga equilibrada ligada em triângulo, constituída por impedâncias de $10/\underline{53,1^\circ}$ ohms. Calcular as correntes de linha e a potência total.

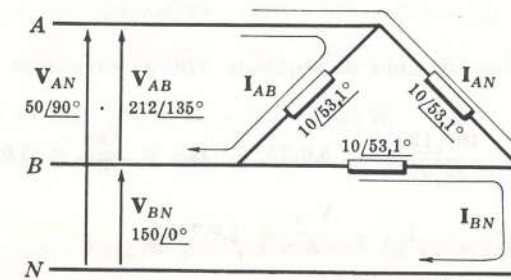


Fig. 14-27

No sistema bifásico, as duas tensões entre linha e neutro* estão defasadas de 90° . Assim, se V_{BN} é tomada como referência, V_{AN} está a 90° , como mostra a fig. 14-27. A tensão entre linhas* é $\sqrt{2}$ vezes a tensão entre linha e neutro. Assim, $V_{AB} = \sqrt{2} (150) = 212$. As correntes de fase são

$$\begin{aligned} I_{AB} &= \frac{V_{AB}}{Z} = \frac{212/135^\circ}{10/53,1^\circ} = 21,2/81,9^\circ \\ I_{AN} &= \frac{V_{AN}}{Z} = \frac{150/90^\circ}{10/53,1^\circ} = 15,0/36,9^\circ \\ I_{BN} &= \frac{V_{BN}}{Z} = \frac{150/0^\circ}{10/53,1^\circ} = 15,0/-53,1^\circ \end{aligned}$$

As correntes de linha, por aplicação da lei de Kirchhoff aos nós da carga ligada em triângulo, são determinadas em função das correntes de fase. Se admitirmos positivo o sentido dessas correntes dirigindo-se para a carga, temos

$$\begin{aligned} I_A &= I_{AN} + I_{AB} = 15,0/36,9^\circ + 21,2/81,9^\circ = 33,5/63,4^\circ \\ I_B &= I_{BN} + I_{BA} = 15,0/-53,1^\circ - 21,2/81,9^\circ = 33,6/-79,7^\circ \\ I_N &= I_{NA} + I_{NB} = -15,0/36,9^\circ - 15,0/-53,1^\circ = 21,2/171,86^\circ \end{aligned}$$

A potência total é obtida por meio da corrente eficaz nas impedâncias de carga. Assim,

$$\begin{aligned} P_{AB} &= I_{AB}^2 R = (21,2)^2 6 = 2700 \text{ W} \\ P_{AN} &= I_{AN}^2 R = (15,0)^2 6 = 1350 \text{ W} \\ P_{BN} &= I_{BN}^2 R = (15,0)^2 6 = 1350 \text{ W} \\ \text{Potência total} &= 5400 \text{ W} \end{aligned}$$

14.4 — Um sistema trifásico, ABC , a três condutores e 100 volts, alimenta uma carga equilibrada, ligada em triângulo, constituída por impedâncias de $20/45^\circ$ ohms. Determinar as correntes de linha e traçar o diagrama de fasores.

Aplicam-se as tensões de linha da sequência ABC ao circuito da fig. 14-28. As correntes de fase são

$$\begin{aligned} I_{AB} &= \frac{V_{AB}}{Z} = \frac{100/120^\circ}{20/45^\circ} = 5,0/75^\circ, \quad I_{BC} = \frac{V_{BC}}{Z} = 5,0/-45^\circ, \\ I_{CA} &= \frac{V_{CA}}{Z} = 5,0/195^\circ \end{aligned}$$

* Também no sistema bifásico chamamos *tensões de fase* às tensões entre linha e neutro e *tensão de linha* às tensões entre linhas. (N. T.)

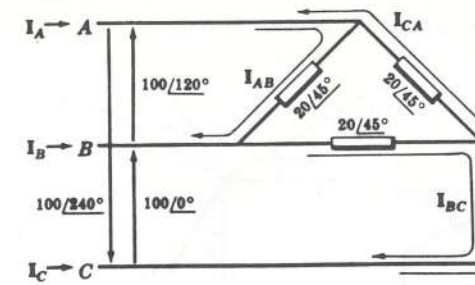


Fig. 14-28

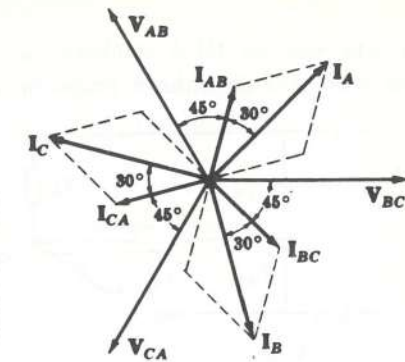


Fig. 14-29

Para calcular as correntes de linha aplica-se a lei de Kirchhoff a cada nó da carga. Assim,

$$\begin{aligned} I_A &= I_{AB} + I_{AC} = 5,0/75^\circ - 5,0/195^\circ = 8,66/45^\circ \\ I_B &= I_{BA} + I_{BC} = -5,0/75^\circ + 5,0/-45^\circ = 8,66/-75^\circ \\ I_C &= I_{CA} + I_{CB} = 5,0/195^\circ - 5,0/-45^\circ = 8,66/165^\circ \end{aligned}$$

A fig. 14-29 mostra o diagrama de fasores das correntes de fase e de linha.

14.5 — Determinar as leituras dos wattímetros, quando se aplica o método dos dois wattímetros ao circuito do problema 14.4.

Sendo a carga trifásica, equilibrada, a três condutores, as leituras são

$$W_1 = V_L I_L \cos(30^\circ + \phi) \text{ e } W_2 = V_L I_L \cos(30^\circ - \phi) \quad (1)$$

onde ϕ é o ângulo da impedância de carga. Do problema 14.4, $V_L = 100$, $I_L = 8,66$ e o ângulo da impedância de carga é 45° . Substituindo em (1),

$$\begin{aligned} W_1 &= 100 (8,66) \cos(30^\circ + 45^\circ) = 866 \cos 75^\circ = 224 \text{ W} \\ W_2 &= 100 (8,66) \cos(30^\circ - 45^\circ) = 866 \cos(-15^\circ) = 836 \text{ W} \end{aligned}$$

A potência total é, então, $P_T = W_1 + W_2 = 1060 \text{ W}$.

Como verificação, podemos calcular a potência total em qualquer carga trifásica equilibrada por

$$P = \sqrt{3} V_L I_L \cos \phi = \sqrt{3} 100 (8,66) \cos 45^\circ = 1060 \text{ W}$$

14.6 — Três impedâncias iguais de $5/-30^\circ$ ohms são ligadas em estrela

a um sistema *CBA* trifásico, a três condutores, 150 volts. Determinar as correntes de linha e traçar o diagrama de fasores.

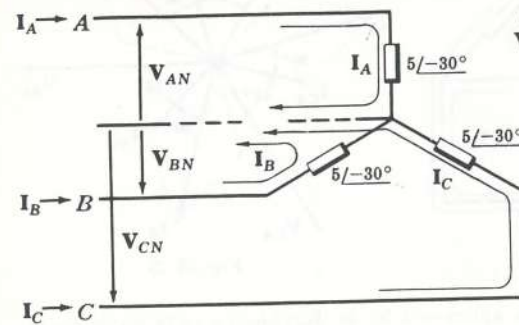


Fig. 14-30

Nos sistemas equilibrados, a três condutores, ligados em estrela, podemos acrescentar o condutor neutro, como mostra a fig. 14-30. Em seguida, aplicadas as tensões entre linha e neutro (tensões de fase), de amplitudes

$$V_{LN} = V_L/\sqrt{3} = 150/\sqrt{3} = 86,6$$

e sequência *CBA*, as correntes de linha são

$$I_A = \frac{V_{AN}}{Z} = \frac{86,6/-90^\circ}{5/-30^\circ} = 17,32/-60^\circ, \quad I_B = \frac{V_{BN}}{Z} = 17,32/60^\circ,$$

$$I_C = \frac{V_{CN}}{Z} = 17,32/180^\circ$$

O diagrama de fasores da fig. 14-31 mostra o conjunto equilibrado de correntes de linha, avançado de 30° (ângulo da impedância de carga) em relação às tensões de fase.

14.7 — Aplicando-se o método dos dois wattímetros ao circuito do problema 14.6, determinar as leituras dos wattímetros.

Seendo a carga trifásica, equilibrada,

$$W_1 = V_L I_L \cos(30^\circ + \phi) = 150 (17,32) \cos(30^\circ + 30^\circ) = 1\,300 \text{ W}$$

$$W_2 = V_L I_L \cos(30^\circ - \phi) = 150 (17,32) \cos(30^\circ - 30^\circ) = 2\,600 \text{ W}$$

A potência total é $P_T = W_1 + W_2 = 3\,900 \text{ W}$

Pela fórmula geral para cargas trifásicas equilibradas, a potência total é

$$P = \sqrt{3} V_L I_L \cos \phi = \sqrt{3} (150) (17,32) \cos(-30^\circ) = 3\,900 \text{ W}$$

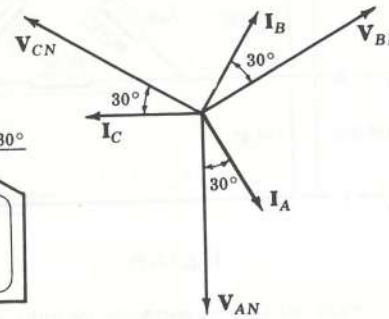


Fig. 14-31

14.8 — Três impedâncias iguais de $15/30^\circ$ ohms são ligadas em triângulo a um sistema trifásico *ABC*, 200 volts, três condutores. Determinar as correntes de linha pelo método do circuito equivalente de uma linha.

Como a carga é dada em triângulo, devemos, em primeiro lugar, determinar as impedâncias da carga em estrela equivalente

$$Z_Y = Z_\Delta/3 = 15/30^\circ/3 = 5/30^\circ$$

A amplitude da tensão de fase é

$$V_{LN} = V_L/\sqrt{3} = 200/\sqrt{3} = 115,5$$

No circuito equivalente de uma linha da fig. 14-32, aplicando-se a tensão $115,5/0^\circ$, a corrente resultante é

$$I_L = \frac{V_{LN}}{Z} = \frac{115,5/0^\circ}{5/30^\circ} = 23,1/-30^\circ$$

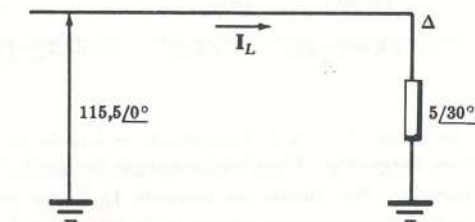


Fig. 14-32

Para determinar as correntes de linha I_A , I_B e I_C devemos determinar, em primeiro lugar, o ângulo de fase das tensões correspondentes entre linha e neutro, na sequência *ABC*. Como V_{AN} tem ângulo de fase de 90° , $I_A = 23,1/90^\circ - 30^\circ = 23,1/60^\circ$. Do mesmo modo, determina-se $I_B = 23,1/-60^\circ$ e $I_C = 23,1/180^\circ$.

Na ligação em triângulo as correntes nas impedâncias estão relacionadas com as correntes de linha por $I_L = \sqrt{3} I_F$, donde $I_F = 23,1/\sqrt{3} = 13,3$.

O ângulo de V_{AB} na sequência *ABC* é 120° ; assim, $I_{AB} = 13,3/120^\circ - 30^\circ = 13,3/90^\circ$. Do mesmo modo, conclui-se que $I_{BC} = 13,3/-30^\circ$ e $I_{CA} = 13,3/210^\circ$.

14.9 — Três impedâncias iguais de $10/30^\circ$ ohms, ligadas em estrela, e três impedâncias iguais de $15/0^\circ$ ohms, também ligadas em estrela, são

ligadas a um mesmo sistema trifásico a três condutores, 250 volts. Achar a potência total.

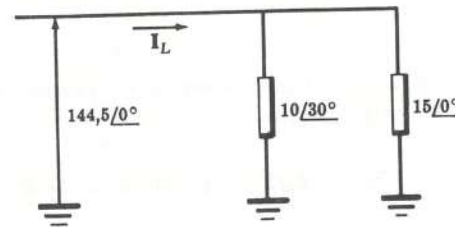


Fig. 14-33

Já que ambas as cargas estão em estrela, suas impedâncias podem ser representadas, diretamente, no circuito equivalente de uma linha, como mostra a fig. 14-33.

A tensão aplicada no circuito equivalente de uma linha é

$$V_{LN} = V_L / \sqrt{3} = 250 / \sqrt{3} = 144,5$$

A corrente é, então,

$$\begin{aligned} I_L &= \frac{144,5/0^\circ}{10/30^\circ} + \frac{144,5/0^\circ}{15/0^\circ} \\ &= 14,45/-30^\circ + 9,62/0^\circ = 23,2/-18,1^\circ \end{aligned}$$

Na fórmula da potência, $P = \sqrt{3} V_L I_L \cos \phi$, o ângulo da impedância de carga quando há, apenas, uma carga é ϕ . Com várias cargas no mesmo sistema, θ é o ângulo da impedância equivalente. No cálculo da corrente I_L foram consideradas ambas as cargas e verificou-se que a corrente estava atrasada de $18,1^\circ$ em relação à tensão. Assim, sabemos que a impedância equivalente é indutiva e tem ângulo de $18,1^\circ$. Portanto,

$$P = \sqrt{3} V_L I_L \cos \phi = \sqrt{3} (250) (23,2) \cos 18,1^\circ = 9\,530 \text{ W}$$

14.10 — Três impedâncias iguais de $12/30^\circ$ ohms, ligadas em triângulo, e outras três, também iguais, e de $5/45^\circ$ ohms, ligadas em estrela, são alimentadas por um mesmo sistema trifásico ABC a três condutores, 208 volts. Achar as correntes de linha e a potência total.

Como a primeira carga está em triângulo, determinamos, primeiro, a estrela equivalente

$$Z_Y = Z_\Delta / 3 = 12/30^\circ / 3 = 4/30^\circ$$

Sendo a tensão de linha 208 volts, a tensão de fase é $208/\sqrt{3}$ ou 120 volts.

A fig. 14-34 mostra o circuito equivalente de uma linha. As duas impedâncias de carga são $4/30^\circ$ e $5/45^\circ$ ohms e podem ser substituídas por uma única equivalente

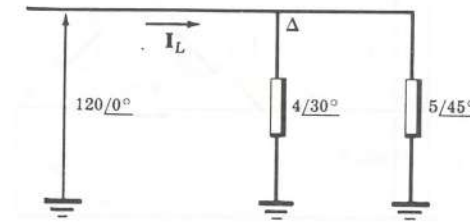


Fig. 14-34

$$Z_{eq} = \frac{4/30^\circ (5/45^\circ)}{4/30^\circ + 5/45^\circ} = 2,24/36,6^\circ$$

A corrente é, então,

$$I_L = \frac{V_{LN}}{Z_{eq}} = \frac{120/0^\circ}{2,24/36,6^\circ} = 53,6/-36,6^\circ$$

Na sequência ABC , a tensão V_{AN} tem ângulo de fase de 90° ; portanto, $I_A = 53,6/(90^\circ - 36,6^\circ) = 53,6/53,4^\circ$. Da mesma forma determinam-se $I_B = 53,6/-66,6^\circ$ e $I_C = 53,6/-186,6^\circ$.

A potência total é

$$P = \sqrt{3} V_L I_L \cos \phi = \sqrt{3} (208) (53,6) \cos 36,6^\circ = 15\,500 \text{ W}$$

14.11 — Um sistema trifásico CBA a três condutores, 240 volts, alimenta uma carga em triângulo constituída por $Z_{AB} = 25/90^\circ$, $Z_{BC} = 15/30^\circ$ e $Z_{CA} = 20/0^\circ$ ohms. Achar as correntes de linha e a potência total.

$$I_{AB} = \frac{V_{AB}}{Z_{AB}} = \frac{240/240^\circ}{25/90^\circ} = 9,6/150^\circ$$

$$I_{BC} = \frac{V_{BC}}{Z_{BC}} = \frac{240/0^\circ}{15/30^\circ} = 16,0/-30^\circ$$

$$I_{CA} = \frac{V_{CA}}{Z_{CA}} = \frac{240/120^\circ}{20/0^\circ} = 12,0/120^\circ$$

No circuito da fig. 14-35, as tensões de linha da sequência CBA são aplicadas à carga em triângulo. O diagrama mostra as correntes de fase escolhidas. Então,

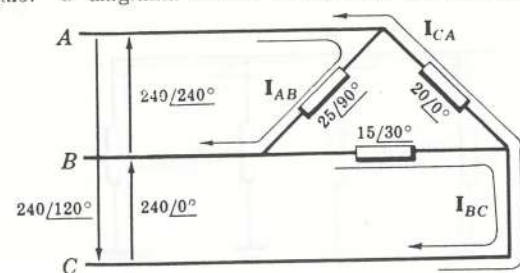


Fig. 14-35

Calculam-se, então, as correntes de linha em função das correntes de fase.

$$I_A = I_{AB} + I_{AC} = 9,6/150^\circ - 12/120^\circ = 6,06/247,7^\circ$$

$$I_B = I_{BA} + I_{BC} = -9,6/150^\circ + 16/-30^\circ = 25,6/-30^\circ$$

$$I_C = I_{CA} + I_{CB} = 12/120^\circ - 16/-30^\circ = 27,1/137,2^\circ$$

Como era de esperar, por ser a carga desequilibrada, as correntes de linha são desiguais.

Cálculo da potência em cada fase.

Impedância $Z_{AB} = 25/90^\circ = 0 + j25$ ohms, $R_{AB} = 0$ e $I_{AB} = 9,6$ A. Então,

$$P_{AB} = I_{AB}^2 R_{AB} = (9,6)^2(0) = 0$$

Impedância $Z_{BC} = 15/30^\circ = 13 + j7,5$ ohms, $R_{BC} = 13$ ohms e $I_{BC} = 16$ A. Então,

$$P_{BC} = I_{BC}^2 R_{BC} = (16)^2(13) = 3\,330 \text{ W}$$

Impedância $Z_{CA} = 20/0^\circ = 20 + j0$ ohms, $R_{CA} = 20$ ohms e $I_{CA} = 12$ A. Então,

$$P_{CA} = I_{CA}^2 R_{CA} = (12)^2(20) = 2\,880 \text{ W}$$

A potência total é a soma das potências nas três fases,

$$P_T = P_{AB} + P_{BC} + P_{CA} = 0 + 3\,330 + 2\,880 = 6\,210 \text{ W}$$

14.12 — Determinar as leituras dos wattímetros, ao se empregar o método dos dois wattímetros no circuito do problema 14.11, estando os medidores (a) nas linhas A e B, (b) nas linhas A e C.

(a) Com os wattímetros nas linhas A e B,

$$(1) W_A = V_{AC} I_A \cos \angle_{AC}^{AC} \quad (2) W_B = V_{BC} I_B \cos \angle_{BC}^{BC}$$

Do problema 14.11, $V_{AC} = 240/-60^\circ$ e $I_A = 6,06/247,7^\circ$. Então, o ângulo $\theta_{AC/A}$ é o ângulo entre $247,7^\circ$ e -60° , ou $52,3^\circ$. Substituindo em (1),

$$W_A = 240 (6,06) \cos 52,3^\circ = 890 \text{ W}$$

Ainda do problema 14.11, $V_{BC} = 240/0^\circ$ e $I_B = 25,6/-30^\circ$. Então, $\theta_{BC/B} = 30^\circ$; substituindo em (2),

$$W_B = 240 (25,6) \cos 30^\circ = 5\,320 \text{ W}$$

A potência total $P_T = W_A + W_B = 890 + 5\,320 = 6\,210 \text{ W}$.

(b) Com os wattímetros nas linhas A e C.

$$(3) W_A = V_{AB} I_A \cos \angle_{AB}^{AB} \quad (4) W_C = V_{CB} I_C \cos \angle_{CB}^{CB}$$

Do problema 14.11, $V_{AB} = 240/240^\circ$. Como $I_A = 6,06/247,7^\circ$, $\theta_{AB/A} = 7,7^\circ$. Substituindo em (3),

$$W_A = 240 (6,06) \cos 7,7^\circ = 1\,440 \text{ W}$$

Também $V_{CB} = 240/180^\circ$ e $I_C = 27,1/137,2^\circ$, donde $\theta_{CB/C} = 42,8^\circ$. Substituindo em (4),

$$W_C = 240 (27,1) \cos 42,8^\circ = 4\,770 \text{ W}$$

A potência total $P_T = W_A + W_C = 1\,440 + 4\,770 = 6\,210 \text{ W}$.

14.13 — Um sistema ABC trifásico a quatro condutores, 208 volts, alimenta uma carga em estrela, onde $Z_A = 10/0^\circ$, $Z_B = 15/30^\circ$ e $Z_C = 10/-30^\circ$ ohms. Determinar as correntes de linha, a corrente do neutro e a potência total.

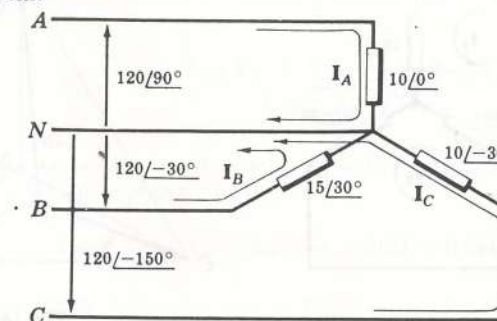


Fig. 14-36

No circuito da fig. 14-36, aplicam-se as tensões entre linha e neutro na sequência ABC e calculam-se as correntes de linha, supondo positivo o sentido que se dirige para a carga.

$$I_A = V_{AN}/Z_A = (120/90^\circ)/(10/0^\circ) = 12/90^\circ$$

$$I_B = V_{BN}/Z_B = (120/-30^\circ)/(15/30^\circ) = 8/-60^\circ$$

$$I_C = V_{CN}/Z_C = (120/-150^\circ)/(10/-30^\circ) = 12/-120^\circ$$

O condutor neutro contém o fasor soma das correntes de linha. Sendo positivo o sentido que se dirige para a carga,

$$I_N = -(I_A + I_B + I_C) = -(12/90^\circ + 8/-60^\circ + 12/-120^\circ) = 5,69/69,4^\circ$$

A corrente $I_A = 12/90^\circ$ ampères circula na impedância $Z_A = 10 + j0$ ohms; a potência nessa fase da carga é $P_A = (12)^2 10 = 1\,440$ W. $I_B = 8/-60^\circ$ ampères circula em $Z_B = 15/30^\circ = 13 + j7,5$ ohms; a potência nessa fase é $P_B = (8)^2 13 = 832$ W. Assim, também, $I_C = 12/-120^\circ$ circula em $Z_C = 10 - j30^\circ = 8,66 - j5$ ohms e $P_C = (12)^2 8,66 = 1\,247$ W.

A potência total é

$$P_T = P_A + P_B + P_C = 1\,440 + 832 + 1\,247 = 3\,519 \text{ W.}$$

14.14 — As impedâncias de carga do problema 14.13 são ligadas a um sistema trifásico ABC , a três condutores e 208 volts. Determinar as correntes de linha e as tensões nas impedâncias de carga.

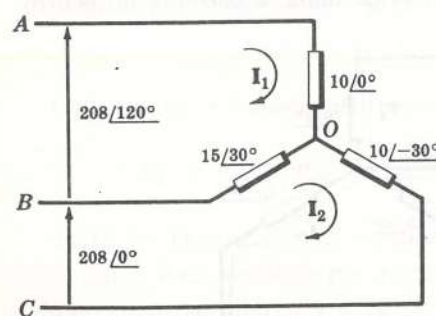


Fig. 14-37

O circuito da fig. 14-37 mostra as duas tensões de linha V_{AB} e V_{BC} . Escolhidas as correntes de malha I_1 e I_2 , como mostra a figura, a forma matricial das equações

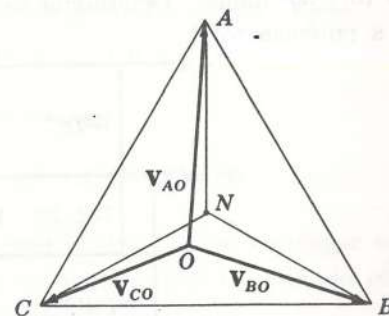


Fig. 14-38

respectivas fica

$$\begin{bmatrix} 10/0^\circ + 15/30^\circ & -15/30^\circ \\ -15/30^\circ & 15/30^\circ + 10/-30^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 208/120^\circ \\ 208/0^\circ \end{bmatrix}$$

donde

$$I_1 = \frac{5210/90^\circ}{367,5/3,9^\circ} = 14,15/86,1^\circ$$

$$I_2 = \frac{3730/56,6^\circ}{367,5/3,9^\circ} = 10,15/52,7^\circ$$

Partindo de I_1 e I_2 e com o sentido positivo dirigindo-se para a carga, as correntes de linha são

$$I_A = I_1 = 14,15/86,1^\circ$$

$$I_B = I_2 - I_1 = 10,15/52,7^\circ - 14,15/86,1^\circ = 8,0/-49,5^\circ$$

$$I_C = -I_2 = 10,15/(52,7^\circ - 180^\circ) = 10,15/-127,3^\circ$$

As tensões nas impedâncias de carga são, então,

$$V_{AO} = I_A Z_A = 14,15/86,1^\circ (10/0^\circ) = 141,5/86,1^\circ$$

$$V_{BO} = I_B Z_B = 8,0/-49,5^\circ (15/30^\circ) = 120/-19,5^\circ$$

$$V_{CO} = I_C Z_C = 10,15/-127,3^\circ (10/-30^\circ) = 101,5/-157,3^\circ$$

Representadas essas três tensões, obtém-se o triângulo da sequência ABC , unindo-se as extremidades dos fasores por meio de linhas retas. A fig. 14-38 mostra como se pode acrescentar o ponto N .

14.15 — Repetir a solução do problema 14.14, empregando o método do deslocamento do neutro.

No método do deslocamento do neutro a tensão V_{ON} é calculada pela fórmula

$$V_{ON} = \frac{V_{AN} Y_A + V_{BN} Y_B + V_{CN} Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C}$$

Do problema 14.14, $Y_A = 1/10 = 0,1$, $Y_B = 1/(15/30^\circ) = 0,0577 - j0,033$ e $Y_C = 1/(10/-30^\circ) = 0,0866 + j0,050$. Então,

$$Y_A + Y_B + Y_C = 0,244 + j0,0167 = 0,244/3,93^\circ$$

$$\begin{aligned} e \quad V_{AN} Y_A &= 120/90^\circ (0,1) = 12/90^\circ = j12 \\ V_{BN} Y_B &= 120/-30^\circ (0,0577 - j0,033) = 8,0/-60^\circ = 4,0 - j6,93 \\ V_{CN} Y_C &= 120/-150^\circ (0,1/30^\circ) = 12/-120^\circ = -6,0 - j10,4 \end{aligned}$$

$$V_{AN} Y_A + V_{BN} Y_B + V_{CN} Y_C = -2,0 - j5,33 = 5,69/249,4^\circ$$

Portanto, $V_{ON} = (5,69/249,4^\circ)/(0,244/3,93^\circ) = 23,3/245,5^\circ = -9,66 - j21,2$

As tensões nas impedâncias de carga podem ser expressas em função das tensões correspondentes entre linha e neutro e da tensão de deslocamento do neutro. Assim,

$$V_{AO} = V_{AN} + V_{NO} = 120/90^\circ + (9,66 + j21,2) = 141,2/86,08^\circ$$

$$V_{BO} = V_{BN} + V_{NO} = 120/-30^\circ + (9,66 + j21,2) = 120/-18,9^\circ$$

$$V_{CO} = V_{CN} + V_{NO} = 120/-150^\circ + (9,66 + j21,2) = 102/202,4^\circ$$

Para obter as correntes de linha, tomam-se os produtos dessas tensões pelas respectivas admitâncias

$$I_A = V_{AO}Y_A = 141,2/86,08^\circ (0,1/0^\circ) = 14,12/86,08^\circ$$

$$I_B = V_{BO}Y_B = 120/-18,9^\circ (0,0667/-30^\circ) = 8,0/-48,9^\circ$$

$$I_C = V_{CO}Y_C = 102/202,4^\circ (0,1/30^\circ) = 10,2/232,4^\circ \text{ ou } 10,2/-127,6^\circ$$

Os resultados acima coincidem com os do problema 14.14, dentro da precisão da régua de cálculo.

14.16 — Empregando-se o método dos dois wattímetros em uma carga equilibrada, as leituras obtidas são 1 154 e 577 watts. Determinar as impedâncias da carga em triângulo, supondo de 100 volts a tensão do sistema.

Para cargas trifásicas equilibradas,

$$\lg \phi = \sqrt{3} \frac{W_1 - W_2}{W_1 + W_2} = \pm \sqrt{3} \frac{1\,154 - 577}{1\,154 + 577} = \pm 0,577$$

donde $\phi = \pm 30^\circ$. (Usamos o duplo sinal porque, sem que se conheçam a seqüência e a localização dos medidores, o sinal fica indeterminado.)

A potência total $P = \sqrt{3} V_L I_L \cos \phi$ e

$$I_L = \frac{P}{\sqrt{3} V_L \cos \phi} = \frac{1,731}{\sqrt{3} (100) (0,866)} = 11,55 \text{ ampères}$$

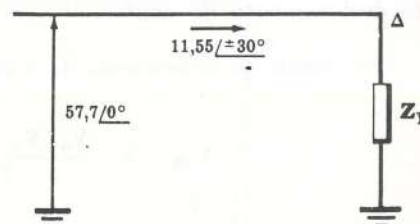


Fig. 14-39

A fig. 14-39 mostra o circuito equivalente de uma linha, aplicada a tensão $100/\sqrt{3} \angle 0^\circ = 57,7/0^\circ$. A impedância da carga em estrela é

$$Z_Y = \frac{V}{I} = \frac{57,7/0^\circ}{11,55/\pm 30^\circ} = 5,0/\mp 30^\circ$$

$$\text{e } Z_\Delta = 3Z_Y = 15/\mp 30^\circ$$

14.17 — Aplicando-se o método dos dois wattímetros a um sistema trifásico a três condutores, 100 volts, seqüência *ABC*, tem-se $W_B = 836$ watts e $W_C = 224$ watts, estando os medidores nas linhas *B* e *C*.

Sendo dadas a seqüência e a localização dos medidores, fica definido o sinal de ϕ . Assim,

$$\lg \phi = \sqrt{3} \frac{W_B - W_C}{W_B + W_C} = \sqrt{3} \frac{836 - 224}{836 + 224} = 1 \text{ ou } \phi = 45^\circ$$

$$\text{Como } P = \sqrt{3} V_L I_L \cos \phi, I_L = \frac{P}{\sqrt{3} V_L \cos \phi} = \frac{1060}{\sqrt{3} (100) (0,707)} = 8,66.$$

A tensão no circuito equivalente de uma linha vem, pois, a ser $57,7/0^\circ$ e a impedância da estrela $Z_Y = V/I = (57,7/0^\circ)/(8,66/-45^\circ) = 6,67/45^\circ$. A impedância pedida do triângulo é $Z_\Delta = 3Z_Y = 20/45^\circ$.

14.18 — Uma unidade trifásica de aquecimento de 1 500 watts, fator de potência unitário, e um motor de indução de 5 HP*, rendimento 80% e fator de potência 0,85, são alimentados pelo mesmo sistema trifásico a três condutores, 208 volts. Determinar a amplitude da corrente de linha para regime normal do motor de indução.

Sendo 1HP = 746 watts(*), a saída do motor é $746 \times 5 = 3730$ watts. A entrada do motor é, então, $3\,730/0,80 = 4\,662$ watts.

O motor é uma carga trifásica equilibrada. Então,

$$P = \sqrt{3} V_L I_L \cos \phi; 4\,662 = \sqrt{3} (208) I_L (0,85); I_L = 15,25 \text{ ampères}$$

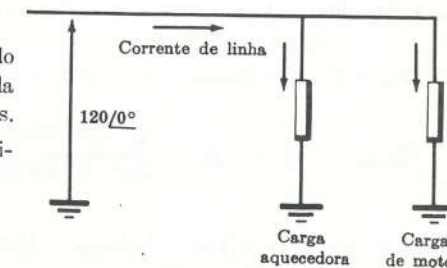


Fig. 14-40

No circuito equivalente de uma linha o fasor corrente está atrasado de ϕ em relação à tensão; $\phi = \arccos 0,85 = 31,7^\circ$. A corrente de linha do motor é, então, $I_L = 15,25/-31,7^\circ$.

Para a carga aquecedora, $P = \sqrt{3} V_L I_L \cos \phi$, onde $\phi = 0^\circ$. Substituindo, $1\,500 = \sqrt{3} (208) I_L$, $I_L = 4,16$ e $I_L = 4,16/0^\circ$.

* No Brasil, segundo o Quadro Geral das Unidades de Medida aprovado pelo Decreto n.º 63,233 de 12/9/1968, a unidade de potência é o cavalo-vapor (cv), que é a potência desenvolvida quando se reduz um trabalho igual a 75 quilogramas-força-metros em cada segundo, valendo 735,5 W, arredondados para 736 W.

A corrente total de linha é o fasor soma das correntes do motor e da carga aquecedora

$$I_L = 15,25/-31,7^\circ + 4,17/0^\circ = 18,9 - 25,1^\circ$$

A corrente em cada linha será, então, 18,9 ampères, em regime normal do motor.

14.19 — Três impedâncias iguais de $30/30^\circ$ ohms são ligadas em triângulo a um sistema trifásico a três condutores, 208 volts, por condutores cujas impedâncias são $0,8 + j0,6$. Determinar a amplitude da tensão de linha, na carga.

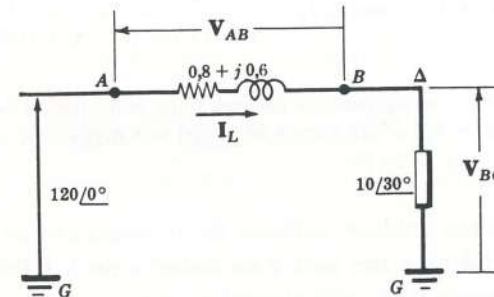


Fig. 14-41

A fig. 14-41 mostra o circuito com a impedância equivalente em estrela igual a $1/3 Z_\Delta$ ou $10/30^\circ$ ohms. A impedância da linha está em série com a carga e

$$Z_{ez} = Z_{linha} + Z_{carga} = 0,8 + j0,6 + 8,66 + j5,0 = 9,46 + j5,6 = 11,0/30,6^\circ$$

$$\text{Então, } I_L = \frac{V}{Z_{eq}} = \frac{120/0^\circ}{11,0/30,6^\circ} = 10,9 - 30,6^\circ$$

A tensão na carga é $V_{BG} = I_L Z_{carga} = 10,9/-30,6^\circ (10/30^\circ) = 109/-0,6^\circ$.

A tensão de linha pedida é

$$V_L = \sqrt{3} (109) = 189$$

Assim, a tensão de 208 volts do sistema caiu para 189 volts na carga, devido à impedância das linhas.

A fig. 14-42 mostra o diagrama de fasores com a queda na linha $V_{AB} = I_L Z_{linha} = (10,9/-30,6^\circ) \times (0,8 + j0,6) = 10,9/6,3^\circ$ e $V_{AG} = V_{AB} + V_{BG}$.

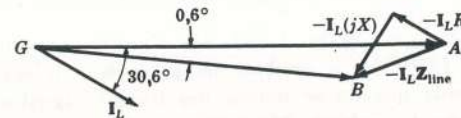


Fig. 14-42

14.20 — Determinar a tensão de linha, na carga do problema 14.19, depois de se ligar em paralelo com essa carga um conjunto de capacitores de reatância $-j60$.

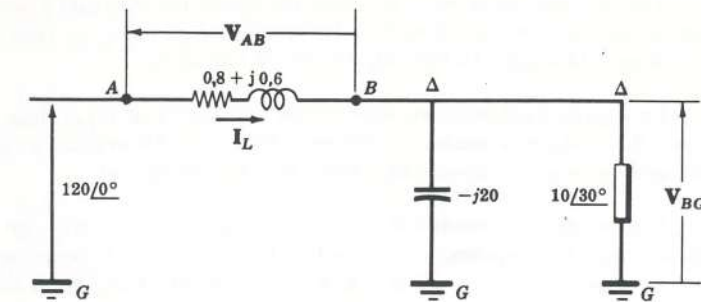


Fig. 14-43

No circuito equivalente de uma linha da fig. 14-43, a reatância $-j20$ e a carga $10/30^\circ$ estão em paralelo e

$$Z_P = \frac{10/30^\circ (-j20)}{(8,66 + j5) - j20} = 11,55/0^\circ$$

Assim, Z_P está em série com as impedâncias de linha, de modo que

$$Z_{eq} = Z_{linha} + Z_P = (0,8 + j0,6) + (11,55/0^\circ) = 12,35/2,78^\circ$$

A corrente de linha é

$$I_L = \frac{V}{Z_{eq}} = \frac{120/0^\circ}{12,35/2,78^\circ} = 9,73/-2,78^\circ$$

e a tensão na carga

$$V_{BG} = I_L Z_P = (9,73/-2,78^\circ) (11,55/0^\circ) = 112/-2,78^\circ$$

A tensão de linha correspondente $V_L = \sqrt{3} (112) = 194$ volts.

Conforme foi mostrado no cap. 7, o fator de potência fica melhorado quando se acrescentam capacitores em paralelo com a carga. Isso acarreta uma redução na queda de tensão na linha. Assim, neste problema a tensão de 208 volts do sistema caiu para 194 volts e não para 189 volts, como no problema 14.19.

Problemas Propostos

14.21 — Três impedâncias iguais de $10/53,1^\circ$ ohms são ligadas em triângulo a um sistema CBA trifásico, a três condutores, 240 volts. Achar as correntes de linha. Resp. $41,6 - 143,1^\circ$; $41,6/-23,1^\circ$ e $41,6/96,9^\circ$.